

RAZÃO, PROPORÇÃO E REGRA DE TRÊS

Saiba mais sobre Razão e proporção no link.: <https://www.youtube.com/watch?v=HbfAnZQfXXY>

Sobre regra de três no link.: https://www.youtube.com/watch?v=ls6YLVn4_1o

1 Razão (matemática)

Razão é a relação existente entre dois valores de uma mesma grandeza. Quando comparamos duas medidas, dois valores ou até duas grandezas, estamos determinando uma relação entre dois números que os representam. Quando essa relação é determinada por uma divisão, chamamos de razão. E.: Pedro tem 15 anos e Paula tem 30, calculando a razão da idade de Pedro está para Paula : $15/30 = \frac{1}{2}$. Dizemos que a razão de Pedro e Paula está 1 para 2.

2 Proporção

Uma **proporção** é uma igualdade entre razões. Geralmente essa igualdade é representada por frações, assim como no exemplo anterior. Então, dizemos que A, B, C e D são proporcionais se a afirmação abaixo for verdadeira:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = L, \text{ onde } A \cdot D = B \cdot C$$

Na cadeia de igualdades acima, as duas frações são chamadas de proporção, e L é a *constante de proporcionalidade*.

Como identificar grandezas proporcionais

Para identificar **grandezas proporcionais**, procure montar uma **proporção** entre elas. Se for possível, elas serão proporcionais; caso contrário, não.

Exemplo:

Se um automóvel percorre 80 km a uma velocidade de 40 km/h, então, percorrerá 160 km a uma velocidade de 80 km/h. Note que as razões entre velocidade e distância possuem o mesmo resultado:

$$\frac{40}{80} = \frac{80}{160} = \frac{1}{2}$$

Grandezas diretamente proporcionais

Sempre que o aumento em uma grandeza resulta em aumento em outra grandeza proporcional a ela, dizemos que elas são **diretamente proporcionais**. Podemos observar no exemplo acima. Se aumentar a sua velocidade, automaticamente ele aumentará o percurso percorrido por hora, então uma grandeza influencia a outra, aumentando a velocidade, no aumento do percurso, ou diminuindo a velocidade ao diminuir o percurso. As duas grandezas utilizadas aqui foram o caminho percorrido e a velocidade. Outro exemplo:

Vou numa loja com 200 reais consigo comprar 3 camisas, logo se tiver uma quantidade maior de reais comprarei uma quantidade maior de camisas. Se tiver menos reais comprarei menos camisas. É uma lógica.

Note: **Aumentando** a quantidade de reais **aumenta-se** a quantidade de camisas compradas.

Diminuindo a quantidade de reais **diminui-se** a quantidade de camisas compradas.

Esse é um típico exemplo de grandeza **diretamente proporcional**.

Grandezas inversamente proporcionais

Sempre que o aumento de uma grandeza proporciona a redução de outra proporcional à primeira, dizemos que elas são **inversamente proporcionais**.

Imagine uma viagem feita a 50 km/h em 2 horas. Se dobrarmos a velocidade para 100 km/h, gastaremos metade do tempo, isto é, apenas 1 hora. Portanto, aumentando a grandeza “velocidade”, diminuimos a grandeza “tempo”.

Nesse caso, quanto maior a velocidade, menos tempo irá gastar para chegar ao destino. As grandezas utilizadas aqui foram velocidade e tempo.

3 REGRA DE TRÊS

A **regra de três** é uma das ferramentas que podem ser usadas para determinar uma das medidas de uma **proporção** quando são conhecidas apenas três medidas. Nesse caso, monta-se a proporção usando as medidas disponíveis e aplica-se a **propriedade fundamental das proporções**. Entretanto, para as **grandezas inversamente proporcionais**, é preciso dar um passo a mais: antes de aplicar a propriedade fundamental das proporções, é necessário inverter uma das razões.

Exemplo: um automóvel desloca-se a 60 km/h e demora 3 horas para chegar a seu destino. Se esse mesmo automóvel estivesse a 90 km/h, quanto tempo levaria para completar esse mesmo percurso?

A **proporção** construída a partir dessa situação é:

$$\frac{60}{90} = \frac{3}{x}$$

Essas grandezas são **inversamente proporcionais**, pois, aumentando a velocidade, gastaremos menos tempo em um mesmo percurso. Portanto, invertemos uma das equações:

$$\frac{90}{60} = \frac{3}{x}$$

Agora, basta aplicar a **propriedade fundamental das proporções** e resolver a equação resultante:

$$90x = 3 \cdot 60$$

$$80x = 180$$

$$x = \frac{180}{90}$$

$$x = 2$$

Serão gastas duas horas a 90 km/h.

Atividades

1) Resolva as seguintes proporções:

a) $\frac{x}{5} = \frac{21}{35}$

b) $\frac{10}{7} = \frac{50}{x}$

c) $\frac{1}{7} = \frac{x-6}{49}$

d) $\frac{5x+3}{10} = \frac{-21}{30}$

e) $\frac{5}{x+4} = \frac{30}{54}$

f) $\frac{0,9}{x} = \frac{-18}{27}$

g) $\frac{7x+5}{4} = \frac{2x}{3}$

2) Para cada 2 automóveis que vende, Carlos ganha R\$ 200,00 de comissão. Quanto ele recebeu de comissão no mês que vendeu 15 automóveis?

3) Qual das proporções abaixo são iguais à razão entre 4 e 6?

a) 2 e 3

b) 2 e 4

c) 4 e 12

d) 4 e 8

- 4) Determinar o valor de X para que a razão $X/3$ esteja em proporção com $4/6$.
- 5) Uma costureira gasta 1,40 metros de tecido na confecção de uma bermuda. Caso ela queira confeccionar cinco bermudas, quantos metros de tecido serão gastos?
- 6) Um automóvel percorre 300 km com 25 litros de combustível. Caso o proprietário desse automóvel queira percorrer 120 km, quantos litros de combustível serão gastos?
- 7) Três caminhões transportam 250 m^3 de areia. Quantos caminhões iguais a esse serão necessários para transportar 7000 m^3 de areia?
- a) 30 caminhões. b) 44 caminhões. c) 60 caminhões.
d) 74 caminhões. e) 84 caminhões.
- 8) um automóvel move-se a 40 km/h e demora cerca de 5 horas para chegar ao seu destino. Se esse automóvel estivesse a 80 km/h, ele demoraria duas horas e meia para chegar ao seu destino
- 9) Para encher um tanque são necessárias 60 vasilhas de 6 litros cada uma. Se forem usadas vasilhas de 2 litros cada uma, quantas serão necessárias?
- 10) Pedro deseja realizar sua festa de aniversário e para isso irá comprar 30 latas de refrigerante com capacidade de 200 ml cada uma, no intuito de evitar desperdício. Caso ele opte por comprar latas de 600 ml, quantas ele deverá comprar?
- 11) Quatro carros transportam 20 pessoas. Para transportar 700 pessoas, quantos carros iguais a esses seriam necessários?
- 12) Para atender 5540 ligações mensais, uma empresa de telefonia dispõe de oito atendentes. Quantos atendentes essa empresa precisará contratar para atender 7400 ligações mensais?

MEDIA, MODA E MEDIANA

Saiba mais sobre média, moda e mediana no link.: <https://www.youtube.com/watch?v=IbYMOQRxEVo>

1 Média Aritmética

Média (M), mais precisamente chamada de *média aritmética simples*, é o resultado da soma de todas as informações de um conjunto de dados dividida pelo número de informações que foram somadas. A **média aritmética simples** entre 14, 15 e 25, por exemplo, é a seguinte:

$$M = \frac{14 + 15 + 25}{3} = \frac{54}{3} = 18$$

Como há três dados na lista, dividimos a soma desses dados pelo número 3. O resultado é:

$$M = 18$$

A **média** é a **medida de centralidade** mais usada por ser a que mescla de maneira mais uniforme os valores mais baixos e os mais altos de uma lista.

2 Moda Aritmética

É chamado de moda o dado mais frequente de um conjunto. Veja um exemplo:

Em uma escola de música, as turmas são formadas por apenas 8 alunos. Na turma "A", estão matriculados Mateus, Mateus, Rodrigo, Carolina, Ana, Ana, Ana e Teresa.

Observe que há dois meninos chamados de Mateus e três meninas chamadas de Ana. O nome que mais se repete é Ana e, por isso, é a moda desse conjunto de dados.

Agora um exemplo com números: em uma escola de música, os oito alunos da turma “A” possuem as seguintes idades: 12 anos, 13 anos, 13 anos, 12 anos, 11 anos, 10 anos, 14 anos e 11 anos.

Perceba que as idades 11, 12 e 13 repetem-se o mesmo número de vezes e nenhuma idade aparece mais que essas três. Nesse caso, o conjunto possui três modas (11, 12 e 13) e é chamado de *trimodal*.

3 Mediana

Se o conjunto de informações for numérico e estiver organizado em ordem crescente ou decrescente, a sua **mediana** será o número que ocupa a posição central da lista. Considere que a escola de música já citada possui nove professores e que suas idades são:

32 anos, 33 anos, 24 anos, 31 anos, 44 anos, 65 anos, 32 anos, 21 anos e 32 anos

Para encontrar a **mediana** das idades dos professores, devemos organizar a lista de idades em ordem crescente:

21, 24, 31, 32, 32, 32, 33, 44 e 65

Observe que o número 32 é o quinto. À sua direita, existem outras 4 idades, assim como à esquerda. Logo, 32 é a mediana da **lista** das idades dos professores.

21, 24, 31, 32, **32**, 32, 33, 44, 65

Se a lista possuir um número par de informações, para encontrar a **mediana** (M_a), devemos encontrar os dois valores centrais (a_1 e a_2) da lista, somá-los e dividir o resultado por 2.

Se as idades dos professores fossem 19 anos, 19 anos, 18 anos, 22 anos, 44 anos, 45 anos, 46 anos, 46 anos, 47 anos e 48 anos, a lista crescente com as duas **medidas centrais** seria: 18, 19, 19, 22, **44, 45**, 46, 46, 47, 48. Aqui a mediana será = $\frac{89}{2} = 44,5$ anos

2

Atividades

1) Os jogadores de uma equipe de basquete apresentam as seguintes idades: 28, 27, 19, 23 e 21 anos. Qual a média de idade desta equipe?

2) Em uma sapataria durante um dia foram vendidos os seguintes números de sapato: 34, 39, 36, 35, 37, 40, 36, 38, 36, 38 e 41. Qual o valor da moda desta amostra?

3) Em uma escola, o professor de educação física anotou a altura de um grupo de alunos. Considerando que os valores medidos foram: 1,54 m; 1,67 m; 1,50 m; 1,65 m; 1,75 m; 1,69 m; 1,60 m; 1,55 m e 1,78 m, qual o valor da mediana das alturas dos alunos?

4) A tabela que segue é demonstrativa do levantamento realizado por determinado batalhão de Polícia Militar, no que se refere às idades dos policiais integrantes do grupo especial desse batalhão:

Idade	Nr. de Policiais
25	12
28	15
30	25
33	15
35	10
40	8

5) A moda, média e mediana dessa distribuição são, respectivamente, iguais a:

- a) 30, 31, 30
- b) 30, 31, 31
- c) 30, 30, 31
- d) 31, 30, 31
- e) 31, 31, 30

6) A tabela abaixo representa os dados dos balanços das operações do Batalhão de Polícia de Trânsito (BPTran) da Polícia Militar – ES em três grandes feriados nacionais do ano de 2012.

Dia do trabalho: 220 acidentes, 2 mortos, 78 feridos

Dia de finados: 186 acidentes, 2 mortos, 54 feridos

Dia do trabalho: 219 acidentes, 1 mortos, 51 feridos

O valor que melhor representa a média do número de feridos, de acordo com a tabela acima, é:

- A) 57 B) 59 C) 61 D) 63 E) 65

Questão 7 (Prova Resolvida RFB 2009 – Esaf). Considere a seguinte amostra aleatória das idades em anos completos dos alunos em um curso preparatório. Com relação a essa amostra, marque a única opção correta:

29, 27, 25, 39, 29, 27, 41, 31, 25, 33, 27, 25, 25, 23, 27, 27, 32, 26, 24, 36, 32, 26, 28, 24, 28, 27, 24, 26, 30, 26, 35, 26, 28, 34, 29, 23, 28.

- a) A média e a mediana das idades são iguais a 27.
b) A moda e a média das idades são iguais a 27.
c) A mediana das idades é 27 e a média é 26,08.
d) A moda e a mediana das idades são iguais a 27.

8) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Calcule a média, a mediana e a moda dessa distribuição, tanto dos gols marcados como das partidas.